

Ein Philosoph, der keine Beziehung zur Geometrie hat, ist nur ein halber Philosoph, und der Mathematiker, der keine philosophische Ader hat, ist nur ein halber Mathematiker¹.

Gottlob Frege

I'm not a religious man, but it's almost like being in touch with God when you're thinking about mathematics².

Paul Halmos

PRZEDMOWA

Od początku lat sześćdziesiątych daje się zauważyć renesans zainteresowań filozofią matematyki. Towarzyszy mu rozwój piśmiennictwa związanego z tą dziedziną. Niestety, brak (nie tylko w literaturze polskiej) syntetycznych opracowań, które dawałyby całościowy obraz filozoficznej refleksji nad matematyką jako nauką. Niniejsze opracowanie jest próbą wypełnienia tej luki.

W książce wybrałem, spośród wielu możliwych, metodę wykładu polegającą na śledzeniu historycznego rozwoju filozoficznej refleksji nad matematyką, opierając się na prawdzie, że: „Wszystko, co prawdziwie ważne w filozofii, odkrywamy przez uczenie się jej historii; wielcy filozofowie uwrażliwiają nas na wielość punktów obserwacyjnych, z których można na świat spoglądać, i na wielość niewspółmiernych języków, w których można go opisywać” (por. L. Kołakowski, *Zawód błazna jest mi bliższy*, s. 30). W związku z tym unikam na przykład ocen, ograniczając się w zasadzie tylko do referowania i porównywania różnych koncepcji (chyba że rozwój badań pokazał, że jakiś pogląd nie ma uzasadnienia i w związku z tym musi być odrzucony).

¹ „Filozof, który zupełnie nie zna geometrii, jest tylko półfilozofem, matematyk zaś, któremu brak żyłki filozoficznej, jest tylko półmatematykiem”. Por. G. Frege, *Erkenntnisquellen der Mathematik und Naturwissenschaften* (1924/1925), w: *Nachgelassene Schriften*, Hrsg. H. Hermes, F. Kambartel, F. Kaulbach, Felix Meiner Verlag, Hamburg 1969, s. 293.

² „Nie jestem człowiekiem religijnym, ale gdy rozmyśla się nad matematyką, to jest prawie tak, jakby się miało kontakt z Bogiem”. Por. *Paul Halmos by Parts. Interviewed by Donald J. Albers*, w: *Paul Halmos. Celebrating 50 Years of Mathematics*, eds J.H. Ewing, F.W. Gehring, Springer-Verlag, New York–Berlin–Heidelberg 1991, s. 21.

Zakładam znajomość podstawowej terminologii filozoficznej i podstawowych pojęć logiki matematycznej. Czytelnik z pewnością domyśli się w trakcie lektury, że autor jest matematykiem i logikiem – stąd tyle w książce odniesień do logiki i metamatematyki. Z drugiej strony, odniesienia takie są naturalne i nieuniknione, gdyż współczesne kierunki w filozofii matematyki (takie jak logicyzm, intuicjonizm czy formalizm) opierają się na wynikach logiki matematycznej i dlatego bez znajomości tych ostatnich nie można ich adekwatnie przedstawić i zrozumieć. Co więcej, pewne wyniki logiki matematycznej i metamatematyki wymuszają zmiany koncepcji filozoficznych i korekty tych czy innych elementów doktryny. Tego typu związki pomiędzy logiką a filozofią matematyki będą wskazane w trakcie wykładu.

Dane bibliograficzne o pracach szczególnie ważnych z punktu widzenia filozofii matematyki znajdzie czytelnik w Bibliografii. Często odwoływać się będę do antologii klasycznych tekstów z filozofii matematyki w moim opracowaniu (por. *Filozofia matematyki*, Poznań 1986 (wyd. I), 1994 (wyd. II), 2003 (wyd. III)). Dla uproszczenia będę powoływać się na nią po prostu jako na antologię (bez podawania za każdym razem pełnego tytułu). Teksty odnoszące się do współczesnej filozofii matematyki (po roku 1930) znaleźć można w opracowanej przeze mnie antologii *Współczesna filozofia matematyki*, Warszawa 2002.

Książka składa się z dwu zasadniczych części. W Części I omawiam stanowiska w filozofii matematyki do końca XIX wieku, czyli do czasu powstania współczesnych kierunków filozofii matematyki. Tym ostatnim poświęcona jest Część II, w której mówię o logicyzmie, intuicjonizmie i trendach konstruktywistycznych, o formalizmie oraz o najnowszych tendencjach w filozofii matematyki. Książka zawiera też trzy dodatki. Dodatek I poświęcony jest filozoficznym problemom teorii mnogości. Dodatek II omawia pewne problemy filozofii geometrii. Dodatek III zawiera krótkie biogramy matematyków i filozofów, którzy w sposób istotny wpłynęli na rozwój filozofii matematyki.

Powołując się na jakiś fragment książki, podaję numer części i numer rozdziału (ewentualnie dodatkowo jeszcze numer paragrafu). Tak więc na przykład rozdział II.1 oznacza rozdział 1 Części II. Powołując się na rozdział znajdujący się w części danej aktualnie, pomijam numer części.

Chciałbym serdecznie podziękować wszystkim, których życzliwa pomoc ułatwiła mi pracę nad tą książką. Przede wszystkim dziękuję Panu Profesorowi Tadeuszowi Batogowi i Koleździe dr. hab. Maciejowi Kandulskiemu z Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu za przeczytanie maszynopisu, wiele cennych uwag i komentarzy. Część tej książki (w szczególności fragmenty poświęcone intuicjonizmowi i prądom konstruktywistycznym) napisałem w czasie dwu moich

miesięcznych pobytów w Institute for Logic, Language and Computation Uniwersytetu Amsterdamskiego (w ramach programu TEMPUS). Chciałbym serdecznie podziękować pracownikom tego Instytutu, zwłaszcza Panu Profesorowi Anne S. Troelstrze, Panu Profesorowi Dickowi de Jonghowi oraz Pani Monice Foppele za rozmowy i za dobrą, pogodną atmosferę pracy. Dziękuję też wszystkim moim holenderskim przyjaciołom, dzięki których troskliwości moje pobyty w Amsterdamie były takie sympatyczne i owocne.

Roman Murawski

Poznań, w maju 2012 r.